Grunder inför Matematik 1

version 2023

Simon Fall

Välkommen till klassen NBNA23

Jag heter Simon Fall och kommer att undervisa i de trevliga ämnena matematik och fysik. Nytt för i år är att båda ämnena drar igång direkt på höstterminen.

Vi lägger mycket fokus på matematiken eftersom det är ett tungt ämne som många tycker är klurigt. Halvklass är ett därför ett viktigt redskap – i en mindre grupp kan alla få hjälp snabbare – och många gånger känns det lite lättare att ställa frågor.

Ingen fråga är för dum – men det är dumt att inte fråga!

Matematikens första kurs innehåller många delområden och tidigare elever i åk1 har tyckt att man inte hinner lägga tillräckligt med tid på de svårare momenten (nya moment som man inte har haft i grundskolan). Detta har vi lyssnat på och för att frigöra mer tid har vi infört ett repetitionshäfte, som ni ska arbeta med hemma de sista veckorna före skolstarten.

Häftet innehåller den matematik som ni redan lärt er på grundskolan (som även ingår på kurs 1) som vi därför inte behöver lägga så mycket tid på igen:

negativa tal och räkneregler, bråkräkning, tiopotenser, decimalform och avrundning, statistik (diagram och tabeller, medelvärde och median), grundläggande procent samt grundläggande geometri (area, volym, enhetsomvandlingar, skala och Pythagoras sats)

Övningshäftet finns på Bollerups hemsida (se länk i välkomstbrevet).

När ni börjar i augusti så inleder vi med att repetera och sedan har vi ett första prov redan någon vecka in på terminen.

Ha en skön sommar så ses vi i augusti.

Kontaktuppgifter:

0708 – 38 50 05
simon.fall@bollerup.se

1 Tal

1.1 De fyra räknesätten

När vi använder räknesätten har delarna och svaren speciella namn som är *mycket viktiga* att kunna:

addition: term + term = summa

subtraktion: term – term = differens

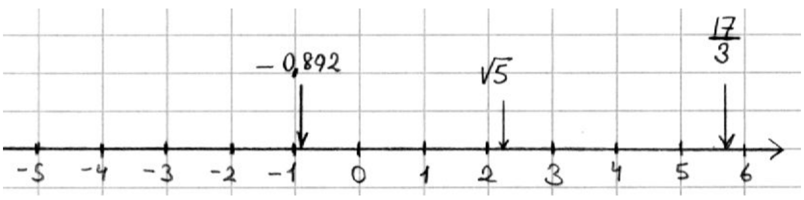
multiplikation: faktor · faktor = produkt eller faktor × faktor = produkt

division: $\frac{\text{täljare}}{\text{nämnare}} = \text{kvot}$ eller täljare / nämnare = kvot

Att tänka på: Krysset för multiplikation brukar undvikas då det kan förväxlas med ett *x* i algebran.

1.2 Tallinjen

Alla tal som du känner till idag kallas för *reella tal* (verkliga tal). I dessa ingår heltalen, bråktalen, decimaltalen och rottalen samt π . Samtliga kan placeras på en *tallinje*:



Tallinjen är oändlig åt båda hållen (d.v.s. det finns inget största eller minsta tal).
Det finns även tal som *inte* kan placeras på tallinjen ovan. De kommer vi att stöta på i matematik 2.

1.3 Negativa tal

Ett negativt tal är *motsatsen* till samma positiva tal, exempelvis är -5 motsatsen till 5.
Ibland kallas de negativa talen för motsatta tal och de ligger alltid lika långt ifrån nollan på tallinjen (se ovan).

Minustecknet har två betydelser: att visa att det är ett negativt tal -5
att beteckna räknesättet subtraktion $8 - 5$

Ibland väljer man att sätta ut en parantes runt ett negativt tal för att visa skillnaden: $4-(-8)$
Här subtraherar vi 4 med -8 .

Den räknare ni kommer att få låna under lektionspassen följer detta. Den har två olika knappar för minustecken. (På datorn kommer vi att använda Geogebra som har inbyggd miniräknare).

1.4 Räkneregler för negativa tal

Regel 1: $a+(-b)=a-b$ där *a, b* är vilka tal som helst.

För att förstå denna regel visar jag ett mönster:

$2+2=4$	
$2+1=3$	*För varje rad adderar jag med en term som är ett steg lägre*
$2+0=2$	*Summan sjunker ett steg varje rad*
$2+(-1)=1$	*Då måste summan fortsätta sjunka även med negativa tal*
$2+(-2)=0$	

Att addera med ett negativt tal måste ge en lägre summa!

Regel 2: $a-(-b)=a+b$ där *a, b* är vilka tal som helst.

$2-2=0$	
$2-1=1$	*För varje rad subtraherar jag med en term som är ett steg lägre*
$2-0=2$	*Differensen ökar ett steg varje rad*
$2-(-1)=3$	*Då måste differensen fortsätta öka även med negativa tal*
$2-(-2)=4$	

Att subtrahera med ett positivt tal ger en lägre differens. Då måste det bli en högre differens när man subtraherar med ett negativt tal (eftersom det var motsatsen)!

Att tänka på: Det är bara när minustecknen står intill varandra som regeln kan användas.

$4-(-5)=4+5=9$ *här gäller regeln*

$-4-5=-9$ *här kan regeln INTE användas*

Regel 3: $a\cdot(-b)=-(a\cdot b)$ eller $a\cdot(-b)=-ab$ där *a, b* är vilka tal som helst.

$2\cdot 2=4$	
$2\cdot 1=2$	*För varje rad multiplicerar jag med en faktor som är ett steg lägre*
$2\cdot 0=0$	*Produkten sjunker två steg för varje rad och måste fortsätta så även när det blir negativa tal*
$2\cdot(-1)=-2$	
$2\cdot(-2)=-4$	

Regel 4: $(-a)\cdot(-b)=a\cdot b$ eller $(-a)\cdot(-b)=ab$ där *a, b* är vilka tal som helst.

$(-2)\cdot 2=-4$	*(Enligt regel 3)*
$(-2)\cdot 1=-2$	
$(-2)\cdot 0=0$	*För varje rad multiplicerar jag med en faktor som är ett steg lägre*
$(-2)\cdot(-1)=2$	*Produkten ökar två steg för varje rad och måste fortsätta så även när det blir negativa tal*
$(-2)\cdot(-2)=4$	

Regel 5: $\dfrac{a}{(-b)} = \dfrac{(-a)}{b} = -\dfrac{a}{b}$ där a, b är vilka tal som helst, *utom* $b = 0$

Regel 6: $\dfrac{(-a)}{(-b)} = \dfrac{a}{b}$ där a, b är vilka tal som helst, *utom* $b = 0$

Ni får själva testa att göra mönster för regel 5 och 6 i en av övningsuppgifterna.

Tänk på : Det går inte att dela med noll. Vi kommer att ta upp varför det är så under kursen.

1.5 Olikhetstecken

6 är större än 2	skrivs	$6 > 2$
7 är mindre än 10	skrivs	$7 < 10$
–4 är större än –8	skrivs	$-4 > -8$

Det finns även två andra olikhetstecken: $\geq$ *större än eller lika med*

$\leq$ *mindre än eller lika med*

1.6 Övriga tecken

$=$ är lika med

$\approx$ är ungefär lika med

$\neq$ är inte lika med

∞ oändlighetstecken

… tre prickar som betyder att något fortsätter på samma sätt
t.ex. i en talföljd: 1, 2, 3, 4, 5, …

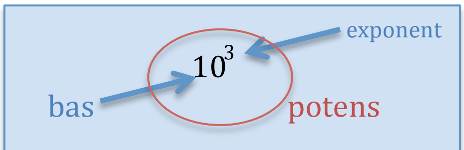
1.7 Tiopotenser

Vårt talsystem *(positionssystem)* bygger på *basen 10*. När vi skriver talet 123 så vet vi att det betyder $1 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 3 \cdot 1$ *(utvecklad form)*. Varje ny siffra till vänster är värd tio gånger mer än den närmaste till höger.

Det blir snabbt stora tal när man multiplicerar med 10. Ett kortare sätt att skriva 10, 100, 1000, 10 000, 1 000 000 o.s.v. är med *potenser*.

$10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^3 = 1000$

Man kan säga att *exponenten* motsvarar antalet nollor.



Potensen uttalas: tio upphöjt till tre

På samma sätt kan man skriva tiondelar, hundradelar, tusendelar, o.s.v. som: $10^{-1}, 10^{-2}, 10^{-3}, \ldots$

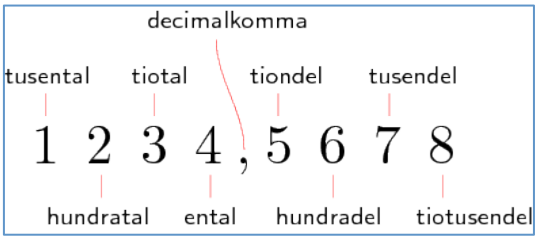
$0{,}001 = 10^{-3}$ här är exponenten negativ vilket betyder att det är ett litet tal.

Man kan även här säga att exponenten motsvarar antalet nollor, men även antalet decimaler. Alla siffror till höger om decimalkommat kallas decimaler.

1.8 Decimalform

Decimalformen är den överlägset vanligaste talformen när vi mäter tid, längd, vikt, resultat, medelvärde o.s.v.

Ofta vill man avrunda för att inte få för många siffror i ett svar. Man får då ett *närmevärde* (ungefärligt värde)



Avrundningsregeln:	Om siffran efter avrundningssiffran är 5, 6, 7, 8 eller 9 så avrundas talet uppåt genom att man höjer avrundningssiffran med ett steg, annars låter man avrundningssiffran vara.

ex: Avrunda 12,428 till två decimaler.

lösning: Avrundningssiffran är tvåan. Vi tittar på den *tredje* decimalen som är en åtta.
Avrundningsregeln säger att tvåan då ska höjas till en trea:
$12{,}428 \approx 12{,}43$ *(närmevärde)*

ex: Avrunda 0,91 till en decimal.

lösning: Avrundningssiffran är nian. Vi tittar på den *andra* decimalen som är en etta.
Avrundningsregeln säger att nian inte ska ändras:
$0{,}91 \approx 0{,}9$

1.9 Prioriteringsregeln (Räkneordning)

Hur räknar man $1+2\cdot 3$? Eftersom det inte finns några parenteser som tydligt visar ordningen så gäller följande räkneordning:

1. Parenteser
2. Potenser
3. Division/multiplikation (valfri ordning)
4. Addition/subtraktion (valfri ordning)

Med denna regel blir svaret ovan 7 eftersom $1+2\cdot 3=1+6=7$

Fler exempel: $3\cdot 8-2\cdot 5=24-10=14$

$$\frac{6\cdot(2\cdot 4-5)^2}{(13-3)}=\frac{6\cdot(8-5)^2}{10}=\frac{6\cdot(3)^2}{10}=\frac{6\cdot 9}{10}=\frac{54}{10}=5{,}4$$

1.10 Bråkräkning

Ett tal som är i bråkform kan skrivas som en kvot mellan två heltal. Nämnaren får inte vara noll.

ex: $\frac{2}{5}$ $\quad \frac{14}{9}$ $\quad -\frac{1}{3}$

Dessa tal är exakta. Ofta vill man skriva om bråktal i decimalform. Det kan vara bra att tänka på att t.ex. $\frac{2}{5}=0{,}4$. Men $\frac{1}{3}\neq 0{,}33$. Däremot kan man skriva att $\frac{1}{3}\approx 0{,}33$.

Addition och subtraktion av bråktal

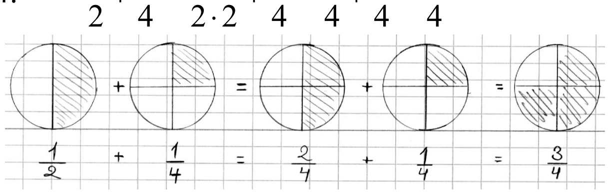
Bråktal kan endast adderas (eller subtraheras) om de har *samma* nämnare:

ex: $\frac{1}{4}+\frac{2}{4}=\frac{1+2}{4}=\frac{3}{4}$

Om de *inte* har samma nämnare måste man ordna det först. Då *förlänger* man bråken så de får samma nämnare. Detta betyder att täljaren och nämnaren multipliceras med samma tal så att inte värdet för bråket ändras:

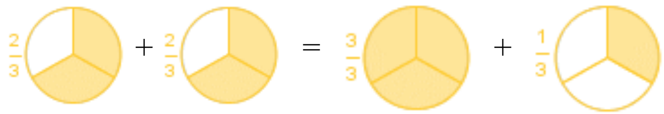
ex: $\frac{1}{2}=\frac{1\cdot 2}{2\cdot 2}=\frac{2}{4}$ *här förlänger vi med 2*

Vill man beräkna $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$ förlänger man första bråket med 2. Det andra behöver vi inte förlänga alls eftersom nämnaren redan är 4: $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{1\cdot 2}{2\cdot 2}+\frac{1}{4}=\frac{2}{4}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$



När svaret blir större än 1 kan man välja att svara på två olika sätt: *bråkform* eller *blandad form*.

ex: $\frac{2}{3}+\frac{2}{3}=\frac{4}{3}$ (bråkform), eller $1\frac{1}{3}$ (blandad form)



en hel och en tredjedel

Subtraktion mellan bråktal fungerar på samma sätt som vid addition.

Multiplikation av bråktal

Bråktal kan lätt multipliceras med varandra. Här har det ingen betydelse om de har olika nämnare. Man multiplicerar bara täljare med täljare och nämnare med nämnare.

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}=\frac{ac}{bd}$$ ex: $$\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{4}=\frac{2\cdot 3}{5\cdot 4}=\frac{6}{20}$$ *Men här kan man förkorta bråket!*

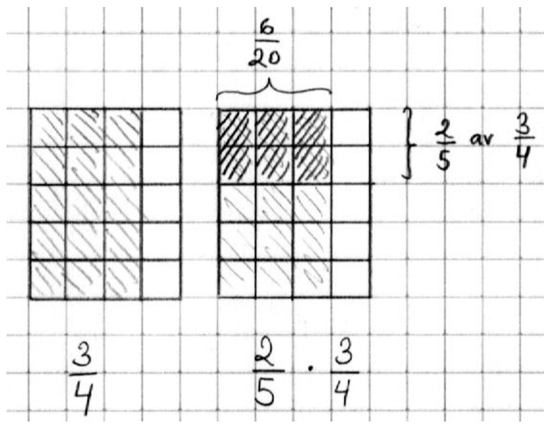


Bild av multiplikationen $\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{4}$

Att *förkorta* ett bråk betyder att täljaren och nämnaren divideras med samma tal så att inte värdet för bråket ändras: $\frac{6}{20}=\frac{6/2}{20/2}=\frac{3}{10}$.

Detta kallar vi *enklaste form*.

Om man vill beräkna $2\cdot\frac{5}{6}$ skriver man om det hela talet 2 som $\frac{2}{1}$ och sedan utför man multiplikationen

$$\frac{2}{1}\cdot\frac{5}{6}=\frac{2\cdot 5}{1\cdot 6}=\frac{10}{6}=\frac{10/2}{6/2}=\frac{5}{3}$$

Division med bråktal tar vi tillsammans i vecka 34.

2 Procent

Procent betecknas med procenttecknet % och betyder hundradel.

$$1\% = \frac{1}{100} = 0,01 \qquad 23\% = \frac{23}{100} = 0,23 \qquad 100\% = \frac{100}{100} = 1 \qquad 250\% = \frac{250}{100} = 2,5$$

Procent används bl.a. i statistik vid jämförelser. Det används även i samband med pengar: skatt, ränta, prisändringar. Stort och viktigt begrepp i matematiken.

2.1 Beräkna andelen (procenttalet i decimalform)

$$\text{andelen} = \frac{\text{delen}}{\text{det hela}}$$

ex: Hur många procent är 23 av 50 ?

$$\text{andelen} = \frac{\text{delen}}{\text{det hela}} = \frac{23}{50} = 0,46 = 46\%$$

Delen *måste inte* vara *mindre* än det hela:

ex: Hur många procent är 240 av 150 ?

$$\text{andelen} = \frac{\text{delen}}{\text{det hela}} = \frac{240}{150} = 1,6 = 160\%$$

2.2 Beräkna delen

$$\text{delen} = \text{andelen} \cdot \text{det hela}$$

ex: Hur mycket är 35% av 520 kr ?

$35\% = 0,35$
$\text{delen} = \text{andelen} \cdot \text{det hela} = 0,35 \cdot 520 = 182 \text{ kr}$

ex: Beräkna 325% av 80 kr

$325\% = 3,25$
$\text{delen} = \text{andelen} \cdot \text{det hela} = 3,25 \cdot 80 = 260 \text{ kr}$

2.3 Beräkna det hela

$$\text{det hela} = \frac{\text{delen}}{\text{andelen}}$$

ex: 42% av ett tal är 294. Vilket är talet?

42% = 0,42

$$\text{det hela} = \frac{\text{delen}}{\text{andelen}} = \frac{294}{0,42} = 700$$

ex: En TV säljs med 22% rabatt. Den blir då 1760 kr billigare än ordinarie priset. Bestäm det ordinarie priset.

22% = 0,22

$$\text{det hela} = \frac{\text{delen}}{\text{andelen}} = \frac{1760}{0,22} = 8000 \text{ kr}$$

Alternativt sätt att beräkna det hela

ex: 42% av ett tal är 294. Vilket är talet?

42% = 294

$$1\% = \frac{294}{42} = 7$$

$100\% = 7 \cdot 100 = 700$ (Det hela motsvarar 100%)

2.4 Promille

Promille betecknas med promilletecknet ‰ och betyder tusendel.

$$1‰ = \frac{1}{1000} = 0,001 \qquad 23‰ = \frac{23}{1000} = 0,023 \qquad 350‰ = \frac{350}{1000} = 0,35 \qquad 1000‰ = \frac{1000}{1000} = 1$$

På samma sätt som med procent kan man beräkna andelen, delen och det hela.

Ett vanligt exempel där promille används är när man bestämmer andelen ren sprit i blodet.

2.5 ppm (parts per million)

Förkortningen ppm betyder ”parts per million” d.v.s. miljondel på svenska. 1 ppm = 0,000 001

Även ppm kan användas i de tre basproblemen som beskrivits ovan.

I samband med t.ex. föroreningar i luft använder man ppm.

3 Statistik

3.1 Medelvärde

ex: Beräkna medelvärdet av talen 1, 4, 5, 8, 9, 10 och 13.

$$\text{medelvärdet} = \frac{1+4+5+8+9+10+13}{7} = \frac{50}{7} \approx 7{,}14$$

$$\text{medelvärdet} = \frac{\text{summan av talen}}{\text{antalet tal}}$$

Medelvärde passar bra om det inte är för stora skillnader mellan talen, de ska ligga någorlunda samlat. Om något värde sticker ut så kan medianen vara bättre.

3.2 Median

Medianen är det tal som är i mitten efter att man ordnat talen i storleksordning.

ex: Bestäm medianen av talen 1, 4, 5, 8, 9, 10 och 13.

Det finns sju tal. Det fjärde talet (8) är i mitten. Medianen är 8.

ex: Bestäm medianen av de anställdas åldrar:
21, 43, 27, 31, 54, 61, 44, 39, 48 och 19 år

Först får vi ordna åldrarna i storleksordning:

19, 21, 27, 31, 39, 43, 44, 48, 54, 61

Här har vi 10 tal. Det blir då två tal i mitten. Då tar man medelvärdet av de två.

$$\text{medianen} = \frac{39+43}{2} = 41$$

medianen är 41 år.

Jämförelse mellan medelvärde och median när ett värde sticker ut

ex: Beräkna medelvärde och median för lönerna i företaget:
14 500 kr, 16 000 kr, 17 500 kr, 18 120 kr, 19 850 kr och 33 500 kr.

$$\text{medelvärde} = \frac{14500+16000+17500+18120+19850+33500}{6} \approx 19912 \text{ kr}$$

$$\text{median} = \text{medelvärdet av de två mittersta lönerna} = \frac{17500+18120}{2} = 17810 \text{ kr}$$

Vi ser att medelvärdet ligger högre än fem av de sex anställdas löner eftersom chefens lön höjer medelvärdet. Medianen visar bättre vilken lönenivå de flesta på företaget har.

3.3 Typvärde

Ibland passar det inte så bra med medelvärde och median för att beskriva läget för de flesta i mätningen.

ex: Tröjfärgen hos eleverna i en klass var en dag:
5 blåa, 3 vita, 4 svarta, 2 röda, 1 rosa, 3 orangea, 3 gröna och 1 lila.

Här finns inga siffror så vi kan inte beräkna medelvärde eller median för tröjfärgen i klassen.

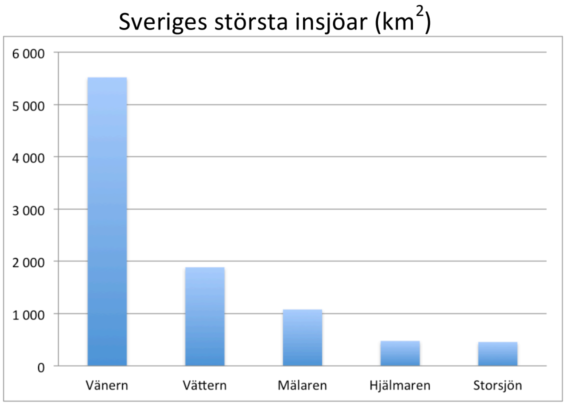
Då talar man istället om typvärde. Typvärdet är det vanligaste värdet. I detta fall tröjfärgen blå eftersom det var 5 st som hade den färgen.

Om det finns lika många av flera färger så finns det inget typvärde.

3.4 Stapel- och stolpdiagram

ex: Sveriges största insjöar ges i tabellen nedan.

Nr	Insjöar	Area (km²)
1	Vänern	5 519,1
2	Vättern	1 886,0
3	Mälaren	1 078,4
4	Hjälmaren	476,9
5	Storsjön	456,3

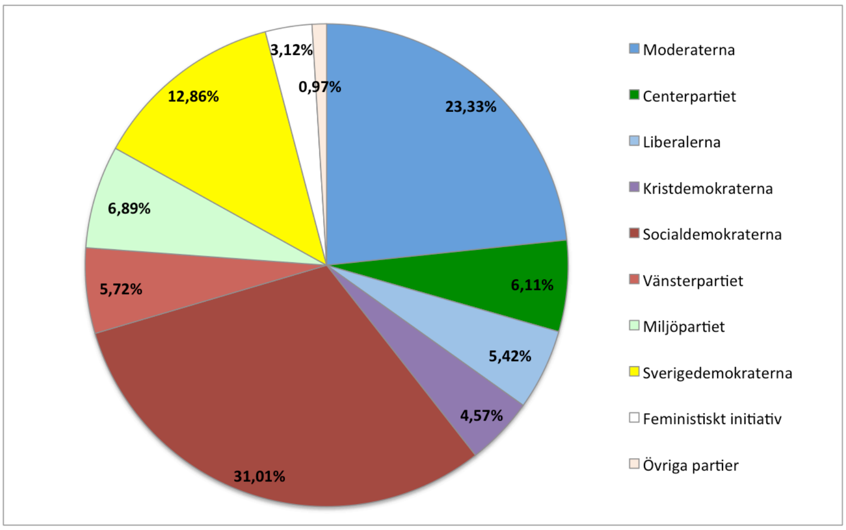


Ett annat sätt att visa sjöarna är i ett stapeldiagram:

Om staplarna är *smala som streck* kallas det för *stolpdiagram*.

3.5 Cirkeldiagram

När man vill visa delar av en helhet (100%) passar cirkeldiagram bra.



Exempelvis valresultatet 2014:

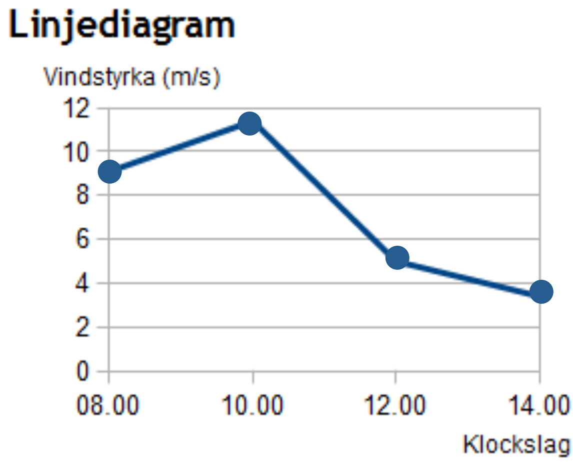
Hur stor ska en cirkelsektor (tårtbit) vara?

Hela cirkeln är 360°

Exempelvis blir då moderaternas vinkel:

23,33% av 360° =
$0,2333 \cdot 360° \approx 84°$

3.6 Linjediagram



När man vill se en trend, t.ex. medeltemperaturen över en viss tid kan ett linjediagram vara bra:

Lägg märke till att man *inte* kan veta någonting om vad som händer *mellan* mätpunkterna. *(brytpunkterna).*

Vi kan t.ex. inte med säkerhet säga att det blåser mer kl. 09.00 än kl. 08.00 även om det ser ut så i diagrammet.

3.7 Olika varianter av tabeller

Frekvenstabell

ex: Olga kastar en tärning 50 gånger. Resultatet visas i frekvenstabellen nedan. Frekvens = antal och utfall = resultatet av tärningskastet, på statistikspråk.

utfall	frekvens
etta	6
tvåa	11
trea	11
fyra	9
femma	5
sexa	8

Olga har alltså fått 6 ettor, 11 tvåor… o.s.v.

Relativ frekvens

Om vi räknar om frekvensen i procent får man det som kallas relativ frekvens.
T.ex. är andelen ettor 6/50 = 0,12 = 12% o.s.v.
Tabellen ser då ut som nedan:

utfall	relativ frekvens
etta	12 %
tvåa	22 %
trea	22 %
fyra	18 %
femma	10 %
sexa	16 %

Stam-blad-tabell *(kallas även stam-blad-diagram)*

ex: Resultatet på ett prov blev:

1	0 1 2 6 8
2	1 1 3 4 4 7 9
3	0 2 2 4 5 6
4	3 5 6 6 9 9
5	0 0 2 2 5

tiotal *ental*

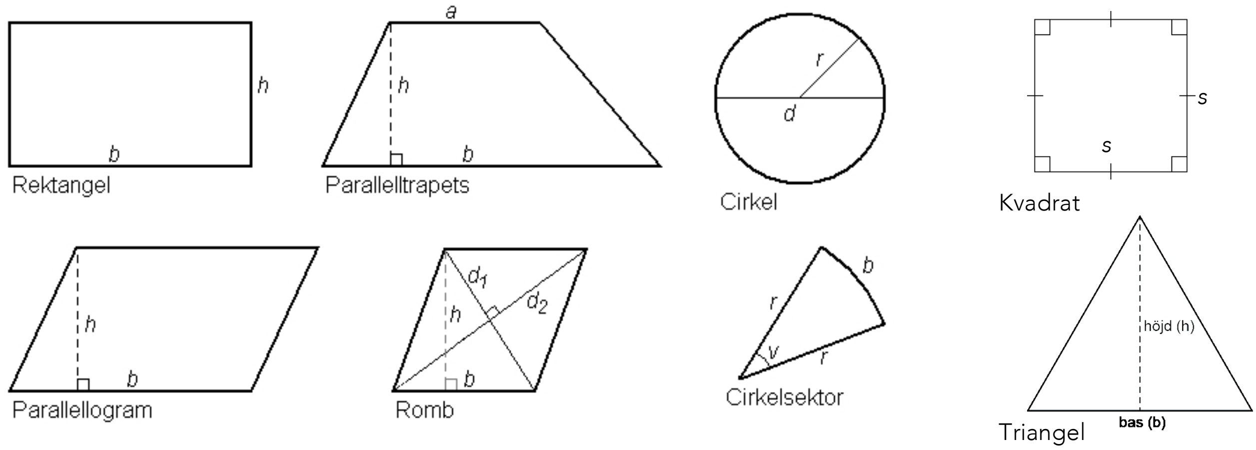
I denna raden är resultaten: 10p, 11p, 12p, 16p och 18p o.s.v…

4 Geometri

4.1 Geometriska figurer

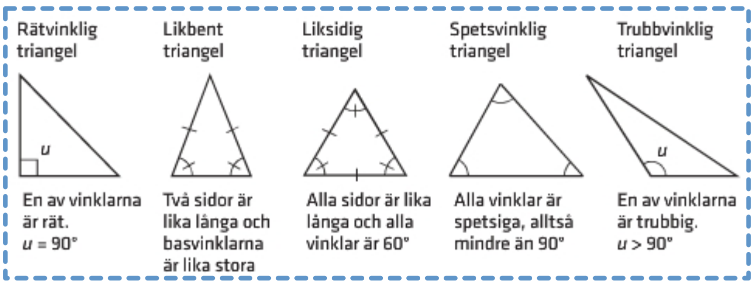
Här följer några av de viktigaste figurerna som man ska känna till.

Tvådimensionella figurer

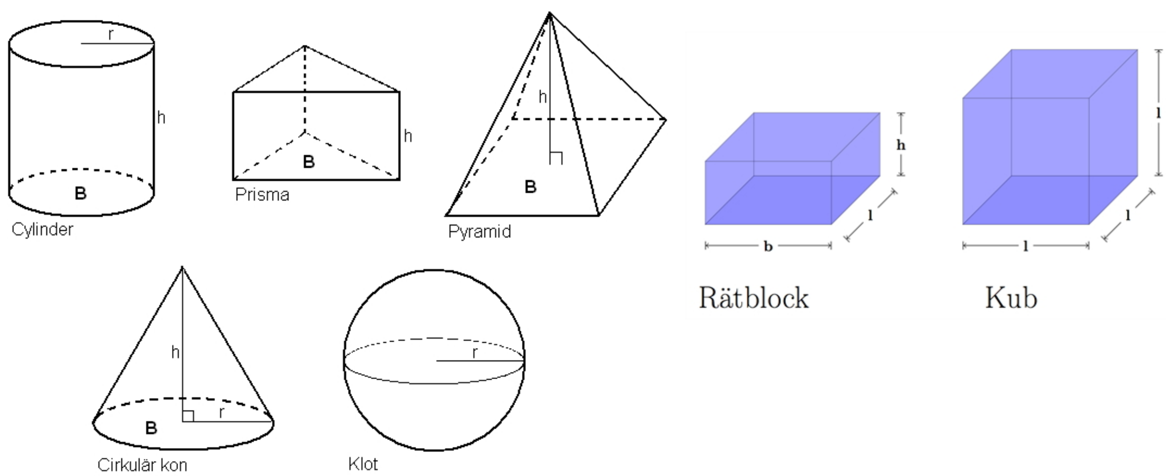


Rektangel, Parallellogram, parallelltrapets, kvadrat och romb kallas gemensamt för fyrhörningar.

Trianglar delas i sin tur upp i flera varianter:



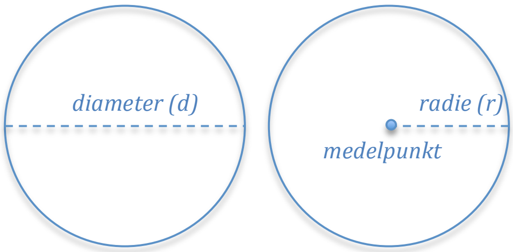
Tredimensionella figurer



4.2 Omkrets och area

Omkrets = sträckan runt hela figuren. För alla figurer med raka kanter tar man summan av sidornas längder.

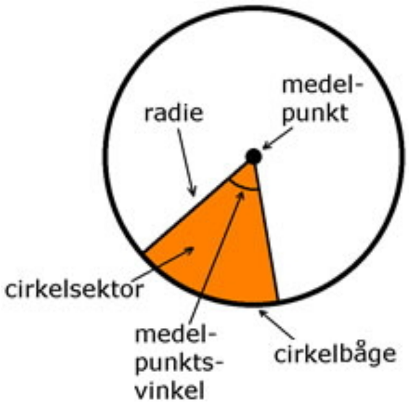
För cirkel och cirkelsektor är det som bekant lite annorlunda. Talet π dyker upp i formlerna för omkrets och area. På räknaren som ni kommer att få låna finns det en särskild ”pi”-knapp. Ni ska alltså inte skriva in 3,14.



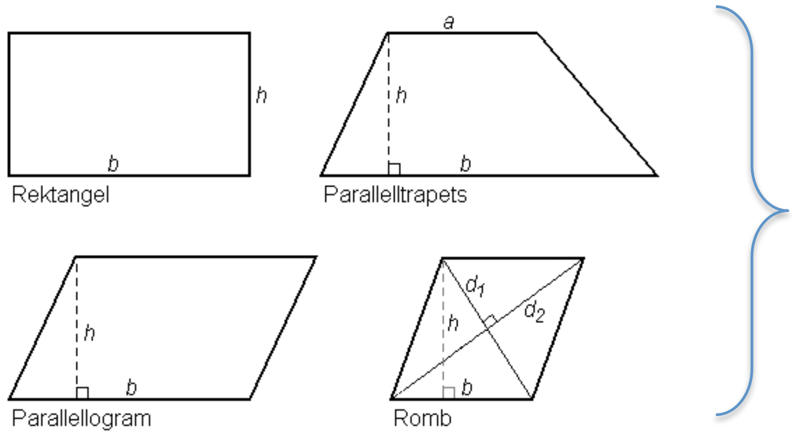
$$\boxed{\begin{aligned} Area &= r^2 \cdot \pi \\ Omkrets &= d \cdot \pi \end{aligned}}$$

Cirkelsektor är en del av en hel cirkel (”pizzaslice”). Arean och omkretsen bestäms av medelpunktsvinkeln (v):

$$\boxed{\begin{aligned} Area &= \frac{v}{360°} \cdot r^2 \cdot \pi \\ Cirkelbåge &= \frac{v}{360°} \cdot d \cdot \pi \\ Omkrets &= 2r + \frac{v}{360°} \cdot d \cdot \pi \end{aligned}}$$



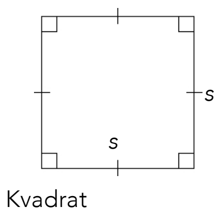
Övriga areor



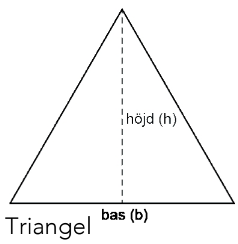
$$\boxed{Area = b \cdot h}$$

Speciellt för romben gäller även:

$$\boxed{Area = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}}$$



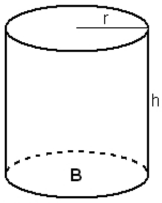
$$\boxed{\begin{aligned} Area &= s \cdot s = s^2 \\ Omkrets &= 4s \end{aligned}}$$



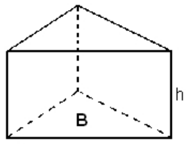
$$\boxed{Area = \frac{b \cdot h}{2}}$$

4.3 Volym och area

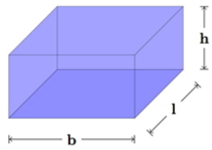
- Figurer med ”raka väggar” har volymen = **B**asytan · **h**öjden



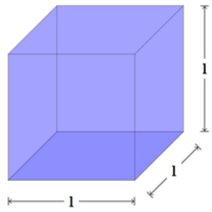
Cylinder



Prisma



Rätblock

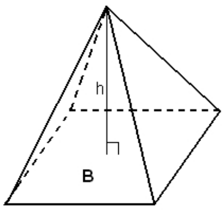


Kub

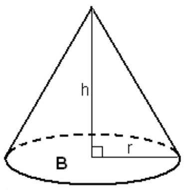
$$\boxed{Volym = B \cdot h}$$

Basytan (B) kan vara en cirkel, triangel, rektangel, kvadrat eller vilken figur som helst.
Cylinderns volym blir t.ex. cirkelns area · höjden d.v.s. $Volym = r^2 \cdot \pi \cdot h$

- Figurer med ”sneda väggar” som möts i en spets har volymen = **B**asytan · **h**öjden / **3**



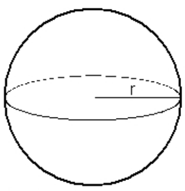
Pyramid



Cirkulär kon

$$\boxed{Volym = \frac{B \cdot h}{3}}$$

- Klotet har speciella formler för omkrets och area



Klot

$$\boxed{\begin{array}{l} Volym = \dfrac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3} \\ Area = 4 \cdot \pi \cdot r^2 \end{array}}$$

Med **total area** menar man den sammanlagda arean av figurens alla ytor

4.4 Enhetsomvandlingar

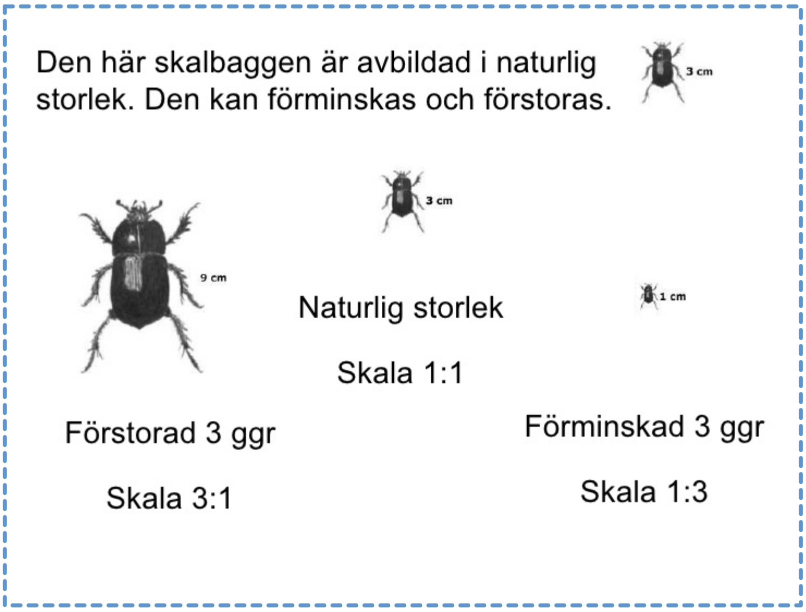
Längder (sträckor)	Areor (ytor)	Volymer
10 mm = 1 cm	100 mm^2 = 1 cm^2	1000 mm^3 = 1 cm^3 = 1 ml
		1 cl = 10 ml = 10 cm^3
		1 dl = 10 cl = 100 cm^3
10 cm = 1 dm	100 cm^2 = 1 dm^2	1000 cm^3 = 1 dm^3 = 1 l
10 dm = 1 m	100 dm^2 = 1 m^2	1000 dm^3 = 1 m^3 = 1000 l
1000 m = 1 km	1 000 000 m^2 = 1 km^2	1 000 000 000 m^3 = 1 km^3

4.5 Skala (längdskala)

Tecknet ”kolon” (:) användes förr som ett divisionstecken. Om man kommer ihåg det är det lätt att veta om en viss skala betyder förstoring eller förminskning.

Ex: 5:1 = 5/1 = 5
= fem gångers förstoring

1:4 = 1/4 = en fjärdedel
= fyra gångers förminskning



Beräkna skalan

ex: Det är ungefär 60 mil mellan Tomelilla och Stockholm. På en karta är den sträckan 24 cm. Vilken skala har kartan?

Lösning: Vi måste jämföra i samma enheter. Den stora enheten omvandlas.
60 mil = 600 km = 600 000 m = 60 000 000 cm

$\frac{60\ 000\ 000 \text{ cm}}{24 \text{ cm}} = 2\ 500\ 000$ **d.v.s.** kartan är *förminskad* 2 500 000 gånger.

Svar: Skalan blir 1: 2 500 000

Beräkna sträckan i verkligheten

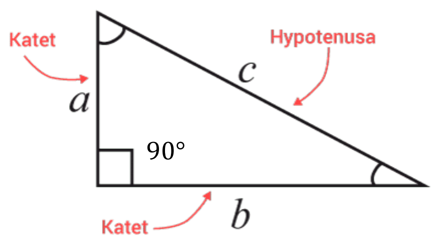
ex: Elin mäter på en fjällkarta hur långt hon gått under dagen. Vägen är 6,5 cm på kartan. Hur långt har hon gått om kartan har skalan 1:200 000 ?

Lösning: Elin har gått 200 000 gånger *längre* än kartans mått.
$200\ 000 \cdot 6{,}5 \text{ cm} = 1\ 300\ 000 \text{ cm}$
1 300 000 cm = 13 000 m = 13 km

Svar: Elin har gått 13 km under dagen.

4.6 Pythagoras sats

I en rätvinklig triangel (triangel som innehåller en 90° vinkel) finns ett bestämt samband mellan sidorna: $a^2 + b^2 = c^2$

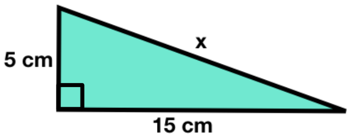


De två sidorna som möts i den räta vinkeln kallas *kateter*.
Den längsta sidan kallas *hypotenusa*.

Det spelar ingen roll vilken katet som är *a* eller *b* i formeln.
Däremot måste hypotenusan alltid vara *c*. Nu tar vi två exempel:

ex.1:

Bestäm sidan x



$a = 5$
$b = 15$
$c = x$

Ställer upp Pythagoras sats:

$a^2 + b^2 = c^2$

$5^2 + 15^2 = x^2$ Beräknar potenserna!

$25 + 225 = x^2$

$250 = x^2$ Vänder på ekvationen!

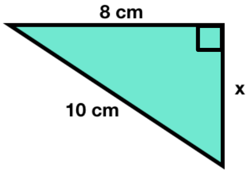
$x^2 = 250$ Tar roten ur på båda sidorna!

$\sqrt{x^2} = \sqrt{250}$

$x \approx 15{,}8$ cm

ex.2:

Bestäm sidan x



$a = 8$
$b = x$
$c = 10$

Ställer upp Pythagoras sats:

$a^2 + b^2 = c^2$

$8^2 + x^2 = 10^2$ Beräknar potenserna!

$64 + x^2 = 100$ Tar -64 på båda sidorna!

$64 + x^2 - 64 = 100 - 64$

$x^2 = 36$ Tar roten ur på båda sidorna!

$\sqrt{x^2} = \sqrt{36}$

$x = 6$ cm

Övningsuppgifter *version 2023*

1.1 De fyra räknesätten

101 Bestäm summan av termerna 40 och 2

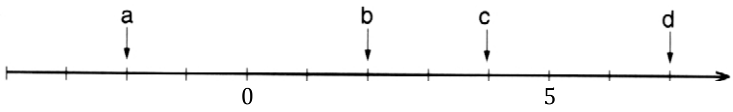
102 Kvoten av två tal är 20. Bestäm nämnaren om täljaren är 140.

103 Ange två faktorer vars produkt är 36

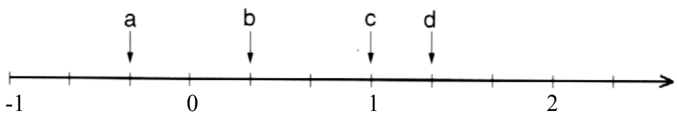
104 Bestäm differensen av 4 och 10 *(i den ordningen)*

1.2 Tallinjen

105 Vilka tal pekar pilarna a-d på?



106 Vilka tal pekar pilarna a-d på?



1.3-1.4 Negativa tal, räkneregler för negativa tal

107 Beräkna
a) $2-5$ b) $-3-7$ c) $4-(-10)$ d) $(-7)+(-2)$

108 Beräkna
a) $6\cdot(-3)$ b) $(-2)\cdot(-11)$ c) $\frac{8}{(-2)}$ d) $\frac{(-100)}{(-20)}$

109 Temperaturen är –8°. Hur ska temperaturen ändras för att den ska bli:
a) +2° b) –5° c) –13° d) 0°

110 Visa att räkneregeln $\frac{a}{(-b)}=-\frac{a}{b}$ verkar stämma genom att visa flera exempel.

111 Visa att räkneregeln $\frac{(-a)}{(-b)}=\frac{a}{b}$ verkar stämma genom att visa flera exempel.

112 Är produkten $(-2)\cdot(-3)\cdot(-4)\cdot\ldots\cdot(-98)\cdot(-99)\cdot(-100)$ positiv eller negativ?

1.5 Olikhetstecken

113 Skriv med olikhetstecken:
a) 12 är större än 11   b) 0 är mindre än 3

114 Sätt ut rätt tecken (<, >) mellan talen:
a) 0,5   0,40   b) –0,3   –0,29

1.6 Övriga tecken

115 Sätt ut rätt tecken (=, ≈) mellan talen:
a) $\frac{1}{5}$ 0,20   b) 0,67 $\frac{2}{3}$

116 Skriv: 5 är inte lika med 7 med matematiskt tecken.

117 Skriv alla *positiva* heltal (i kort form med matematiskt tecken)

118 Skriv *alla heltal* (i kort form med matematiskt tecken)

1.7 Tiopotenser

119 Skriv 10 miljoner med tiopotens

120 Skriv en hundradel med tiopotens

121 Skriv 300 med tiopotens

122 Vilket tal är:
a) $4 \cdot 10^8$ b) $4 \cdot 10^{-1}$

1.8 Decimalform

123 Avrunda till en decimal:
a) 4,78   b) 0,777   c) 1,037   d) 0,05

124 Avrunda till tiotal:
a) 123   b) 275   c) 94,5   d) –25,05

1.9 Prioriteringsregeln (räkneordning)

125 Beräkna $13 - 3 \cdot 4 + 6$

126 Beräkna $\frac{4+2\cdot 6}{4}$

127 Beräkna $\frac{5+3}{2} - 7 \cdot (3+1) + \frac{54}{12-9}$

1.10 Bråkräkning

128 Hur många tredjedelar motsvarar:

a) 2 hela b) $5\frac{1}{3}$

129 Omvandla till bråkform:

a) $2\frac{1}{7}$ b) $7\frac{3}{4}$

130 Omvandla till blandad form:

a) $\frac{8}{5}$ b) $\frac{31}{4}$

131 Vilket är mest: $\frac{1}{8}$ eller $\frac{1}{9}$?

132 Förläng bråktalen med 3:

a) $\frac{2}{5}$ b) $\frac{3}{7}$

133 Förläng bråktalen så att nämnaren blir 24:

a) $\frac{7}{12}$ b) $\frac{5}{8}$ c) $\frac{2}{6}$

134 Förkorta bråktalen med 7:

a) $\frac{14}{21}$ b) $\frac{7}{35}$ c) $\frac{28}{49}$

135 Visa vilket av bråktalen som är störst genom att förlänga så de får samma nämnare:

a) $\frac{4}{9}$ och $\frac{5}{11}$ b) $-\frac{11}{15}$ och $-\frac{13}{18}$

136 Beräkna följande bråk. Svara i *enklaste form*.

a) $1\frac{6}{7}+8\frac{5}{7}$ b) $11\frac{5}{6}-9\frac{3}{6}$ c) $5-2\frac{1}{3}$

137 Beräkna följande bråk. Svara i *enklaste form*.

a) $\frac{1}{2}-\frac{1}{8}$ b) $\frac{3}{5}+\frac{1}{4}$ c) $1\frac{1}{2}+3\frac{1}{3}$

138 Beräkna följande bråk. Svara i *enklaste form*.

a) $4-\frac{5}{6}$ b) $\frac{2}{3}+\frac{1}{6}$ c) $\frac{3}{4}\cdot\frac{4}{9}$ d) $6\cdot\frac{3}{5}$

139 Under ett prov säger läraren att en tredjedel av provtiden har gått.
Tjugo minuter senare säger läraren att hälften provtiden har gått.
Hur lång var provtiden?

140* Alice klipper en viss gräsmatta på 4 timmar. Malin klipper samma gräsmatta på 3 timmar.
Hur snabbt klipper de gräsmattan om de jobbar tillsammans (med två gräsklippare)?

2 Procent

201 Skriv i procentform:
a) 0,05 b) 0,013 c) 0,818 d) 2,3

202 Skriv i decimalform:
a) 9% b) 0,5% c) 112% d) 4,2%

2.1 Beräkna andelen (procenttalet i decimalform)

203 Hur många procent är 17 kr av 200 kr?

204 Hur många procent är 49 cm av 60 cm? Avrunda till hela procent.

205 I en klass finns 16 flickor och 13 pojkar. Beräkna andelen flickor respektive pojkar i klassen. Avrunda till hela procent.

206 Agnes betalar 3000 kr per månad för sin hyreslägenhet.
Nu ska månadshyran höjas med 180 kr. Med hur många procent höjs hyran?

2.2 Beräkna delen

207 På en skola med 1200 elever är 48% pojkar. Hur många pojkar finns det på skolan?

208 Beräkna 5% av 3400 kr.

209 Vid en hastighetskontroll passerade 450 bilister. Av dessa körde 28% för fort.
Hur många bilister körde för fort?

210 På en arbetsplats med 350 personer ville 70% vara med i en hälsoundersökning.
Hur många personer ville *inte* vara med?

2.3 Beräkna det hela

211 30% av flaggstångens höjd är 3,6 m. Hur hög är flaggstången?

212 En TV säljs på REA med 20% rabatt. Den blir då 2399 kr billigare.
Vilket är det ordinarie priset?

213 140% av ett tal är 119. Vilket är talet?

214 Allan tvättar ett par byxor i en tvättmaskin. De krymper 8% på längden så att de blir 1,18 m långa efteråt. Hur långa var de före tvätten?

2.4-2.5 Promille och ppm

215 Skriv i promilleform:
a) 0,007 b) 0,0016 c) 0,012 d) 0,0002

216 Hur många promille är 75 kr av 50 000 kr?

217 Skriv i ppm-form:
a) 0,00019 b) 0,000 031

218 Hur många ppm är 2 g av 400 kg?

219 Beräkna 25 ppm av 80 000 kg

220 Beräkna 3 promille av 8 600 000 personer.

221 Salthalten i en sjö är 25 ppm. Salthalten fördubblas vart femte år.
Hur länge dröjer det tills salthalten är 1,6 ‰ ?

3.1-3.3 Medelvärde, median och typvärde

301 Beräkna veckans medeltemperatur. Avrunda till en decimal.

veckodag	*temperatur kl. 14*
måndag	+ 3 °C
tisdag	+ 5 °C
onsdag	+ 1 °C
torsdag	– 2 °C
Fredag	– 1 °C
lördag	+ 3 °C
söndag	0 °C

302 Vilket eller vilka av lägesmåtten *medelvärde, median* och *typvärde* kan bestämmas utifrån följande data?

a) 6 7 3,4 –2 0 4
b) blå röd grön vit blå svart

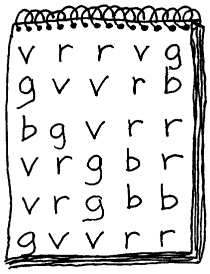
303 I en skolklass fick eleverna svara på frågan ”Hur många syskon har du?”
Det visade sig att tre elever inte hade några syskon, tio hade ett syskon, nio hade två syskon, fem hade tre syskon och två hade fyra syskon.
Beräkna medelvärde, median och typvärde för antalet syskon.

304 På ett företag fanns det bland de anställda 14 män och 23 kvinnor.
Männens medelålder var 43 år och kvinnornas medelålder var 34 år.
Beräkna medelåldern hos alla anställda. Svara med en decimal.

3.4 Stapel- och stolpdiagram

305 Maria gjorde en undersökning av färgen på bilarna på en parkeringsplats. Till höger visas hennes anteckningsblock.

Visa hennes resultat i ett stapeldiagram.



v = vit
r = röd
b = blå
g = grön

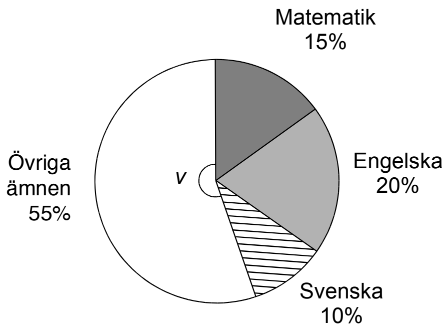
306 Trettio slumpvis utvalda kvinnor fick svara på frågan ”Hur många barn har du?”. Nedan redovisas svaren.

4	0	2	1	2	0	1	2	2	3
1	1	3	1	4	1	2	0	1	2
2	2	2	0	1	2	0	3	2	0

Skapa ett *stolpdiagram* som visar detta.

3.5 Cirkeldiagram

307 200 gymnasieelever fick frågan: Vilket ämne är roligast i skolan? Resultatet av undersökningen ser du här nedan.



a) Hur *många* elever tyckte att matematik var roligast?
b) Beräkna vinkeln v i diagrammet.

308 Sveriges yta är fördelat på följande områden:

Norrland: 242 733 km^2
Svealand: 80 839 km^2
Götaland: 87 358 km^2

Konstruera ett cirkeldiagram som visar hur Sveriges yta är fördelad.

3.6 Linjediagram

309 Till höger visas temperaturen en oktoberdag i Norrköping. Skapa ett *linjediagram* som visar temperaturförändringen under dagen.

Klockan	**Temp. (°C)**
8	3
10	8
12	11
14	12
16	10
18	9
20	5
22	2

3.7 Olika varianter av tabeller

310 Antalet mål som gjordes i 14 fotbollsmatcher var:

1 0 2 3 1 2 4 3 1 0 2 3 3 3

Gör en tabell som visar frekvens och relativ frekvens.

311 Åldern hos deltagarna i en danskurs var

27 29 39 25 44 43 31 43 26 45 29 34 33 40

a) Gör ett sorterat stam-bladdiagram som visar åldersfördelningen.
b) Vilken är medianåldern?
c) Bestäm typvärdet för åldern.

312 Frekvenstabellen nedan visar åldersfördelningen hos förskolebarnen i ett bostadsområde.

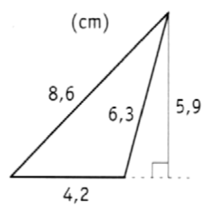
Ålder:	**Frekvens:**
0	4
1	11
2	19
3	9
4	15
5	14

a) Hur många förskolebarn bor det i bostadsområdet?
b) Bestäm den relativa frekvensen för 3-åringar.
c) Bestäm medelåldern. Svara med en decimal.

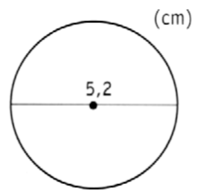
4.1-4.2 Geometriska figurer, omkrets och area

401 Beräkna arean och omkretsen av följande figurer:

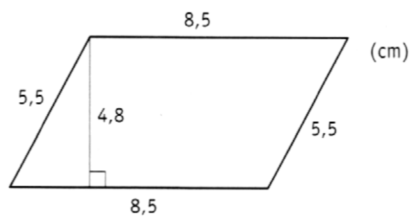
a)



b)

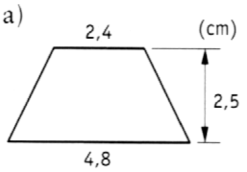


c)

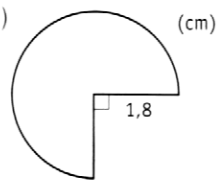


402 Beräkna arean av följande figurer:

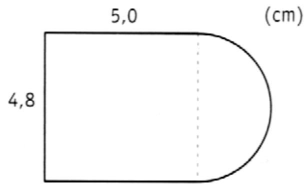
a)



b)

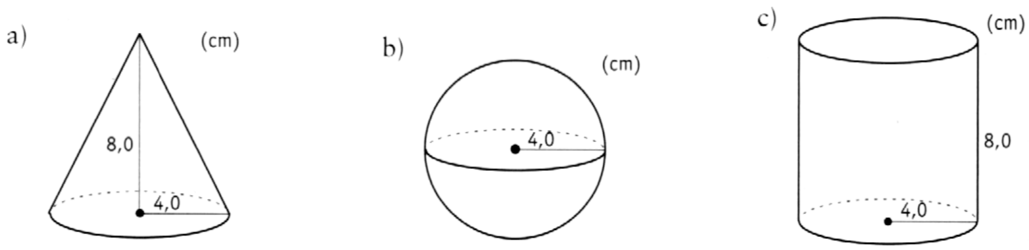


403 Beräkna area och omkrets av figuren:

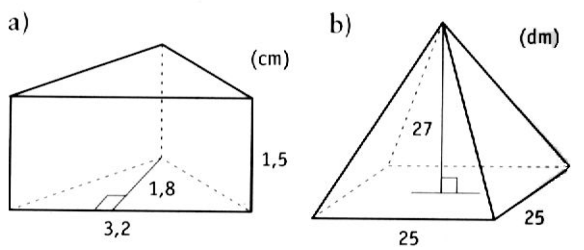


4.3 Volym och area

404 Bestäm volymen av följande figurer:



405 Beräkna volymen av följande figurer:



406 Bestäm volymen och totala arean (arean av alla sidoytorna tillsammans) av…

a) …ett rätblock med måtten 2,0 × 3,0 × 4,0 cm

b) …en cylinder med basdiametern 5,0 cm och höjden 2,7 cm

4.4 Enhetsomvandlingar

407 Omvandla till cm:

a) 5 dm b) 6 m c) 40 mm d) 1,5 m

408 Omvandla till dm^2:

a) 5 m^2 b) 90 cm^2 c) 350 cm^2 d) 800 mm^2

409 Ett måttband är 20 m långt och 2 cm brett. Beräkna måttbandets area i:

a) cm^2 b) m^2

410 Omvandla till cm^3:

a) $3\ dm^3$ b) $7{,}5\ m^3$ c) $6700\ mm^3$

411 Gör följande omvandlingar:

a) $9\ dm^3$ till liter b) 12 ml till cm^3 c) $3{,}5\ m^3$ till liter

d) 2 liter till cm^3 e) 0,5 dl till ml f) $120\ cm^3$ till cl

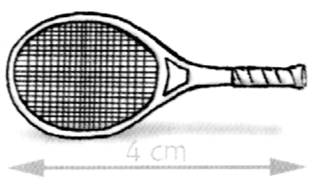
412 En bensindunk har formen av ett rätblock med måtten $16 \times 20 \times 50$ cm.
Hur många liter får plats i dunken?

4.5 Skala

413 Blir bilden av ett föremål större eller mindre om det avbildas i skala…

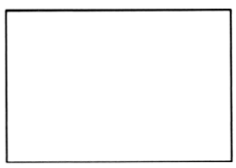
a) 6:1 b) 1:6

414 Tennisracket nedan är avbildat i skalan 1:17. Beräkna längden i verkligheten.



415 Mät rektangeln och rita den i skala:

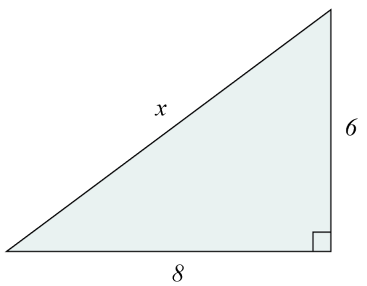
a) 3:1
b) 1:2



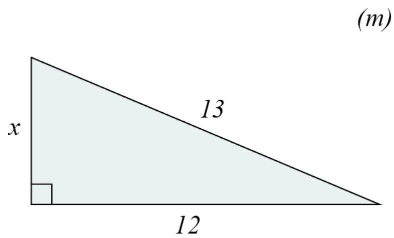
416 Fågelvägen mellan Stockholm och Visby är 19 mil. På en karta mätte man avståndet till 152 mm. I vilken skala har man gjort kartan?

4.6 Pythagoras sats

417 Beräkna sidan x



418 Beräkna sidan x



Facit *version 2023*

101 42
102 7
103 exempelvis 4 och 9
eller 6 och 6
104 −6
105 a = −2
b = 2
c = 4
d = 7
106 $a = -\frac{1}{3}$
$b = \frac{1}{3}$
c = 1
$d = \frac{4}{3}$ eller $1\frac{1}{3}$
107 a) −3
b) −10
c) 14
d) −9
108 a) −18
b) 22
c) −4
d) 5
109 a) öka med 10°
b) öka med 3°
c) sjunka med 5°
d) öka med 8°

110 t.ex:

$\frac{a}{b}$	$-\frac{a}{b}$	$\frac{a}{(-b)}$	$\frac{a}{(-b)} = -\frac{a}{b}$?
$\frac{120}{1} = 120$	-12 0	$\frac{120}{(-1)} = -120$	JA!
$\frac{120}{2} = 60$	-60	$\frac{120}{(-2)} = -60$	JA!
$\frac{120}{3} = 40$	-40	$\frac{120}{(-3)} = -40$	JA!
…	…	…	…

111 t.ex:

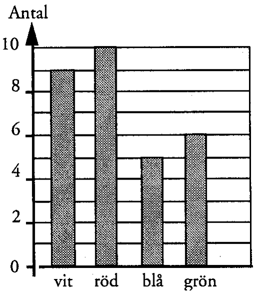
$\frac{(-a)}{(-b)}$	$\frac{a}{b}$	$\frac{(-a)}{(-b)} = \frac{a}{b}$?
$\frac{(-120)}{(-1)} = 120$	$\frac{120}{1} = 120$	JA!
$\frac{(-120)}{(-2)} = 60$	$\frac{120}{2} = 60$	JA!
$\frac{(-120)}{(-3)} = 40$	$\frac{120}{3} = 40$	JA!
…	…	…

112 99 negativa faktorer. Ett udda antal faktorer ger en
negativ produkt.
113 a) $12 > 11$ b) $0 < 3$
114 a) $0{,}5 > 0{,}40$ b) $-0{,}3 < -0{,}29$
115 a) = b) ≈
116 $5 \neq 7$
117 1, 2, 3, …
118 0, ±1, ±2, ±3, …
119 10^7
120 10^{-2}
121 $3 \cdot 10^2$
122 a) 400 000 000 (400 miljoner) b) 0,4
123 a) 4,8 b) 0,8 c) 1,0 d) 0,1
124 a) 120 b) 280 c) 90 d) −30
125 7
126 4
127 −6
128 a) $\frac{6}{3}$ b) $\frac{16}{3}$
129 a) $\frac{15}{7}$ b) $\frac{31}{4}$
130 a) $1\frac{3}{5}$ b) $7\frac{3}{4}$
131 $\frac{1}{8}$
132 a) $\frac{6}{15}$ b) $\frac{9}{21}$
133 a) $\frac{14}{24}$ b) $\frac{15}{24}$ c) $\frac{8}{24}$
134 a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{1}{5}$ c) $\frac{4}{7}$
135 a) $\frac{5}{11}$ är störst b) $-\frac{13}{18}$ är störst eftersom det är på negativa sidan
136 a) $10\frac{4}{7}$ b) $2\frac{1}{3}$ c) $2\frac{2}{3}$
137 a) $\frac{3}{8}$ b) $\frac{17}{20}$ c) $4\frac{5}{6}$
138 a) $3\frac{1}{6}$ b) $\frac{5}{6}$ c) $\frac{1}{3}$ d) $\frac{18}{5}$
139 120 min
140 $\frac{12}{7}$ h (≈ 1 h 43 min)

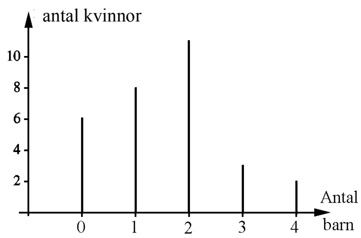
201 a) 5% b) 1,3% c) 81,8% d) 230%
202 a) 0,09 b) 0,005 c) 1,12 d) 0,042
203 8,5%
204 82%
205 55% flickor och 45% pojkar
206 6%
207 576 pojkar
208 170 kr
209 126 bilister
210 105 personer
211 12 m
212 11995 kr
213 85

214 1,28 m
215 a) 7‰ b) 1,6‰ c) 12‰ d) 0,2‰
216 1,5‰
217 a) 190 ppm b) 31 ppm
218 5 ppm
219 2 kg
220 25 800 personer
221 30 år

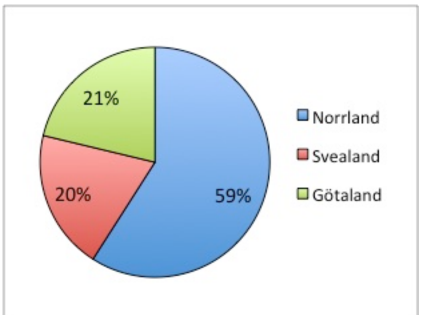
301 1,3 °C
302 a) alla tre b) endast typvärde
303 medelvärde: 1,8 syskon,
median: 2 syskon,
typvärde: 1 syskon
304 37,4 år
305



306



307 a) 30 elever b) 198°
308

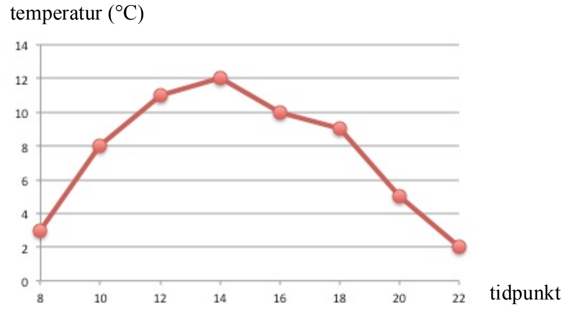


Beräkning:

Total yta: 410930 km^2

område	*andel av hela Sverige*	*vinkel i cirkeln*
Norrland	$\frac{242733}{410930} \approx 0{,}59 = 59\%$	$0{,}59 \cdot 360° \approx 212°$
Svealand	$\frac{80839}{410930} \approx 0{,}20 = 20\%$	$0{,}20 \cdot 360° = 72°$
Götaland	$\frac{87358}{410930} \approx 0{,}21 = 21\%$	$0{,}21 \cdot 360° \approx 76°$

309



310

Antal mål	frekvens (matcher)	relativ frekvens (%)
0	2	14
1	3	21
2	3	21
3	5	36
4	1	7

311 a)

2	56799
3	1349
4	03345

b) 33,5 år
c) saknas (finns två av 29 och 43 år)
312 a) 72 st b) 12,5% c) 2,9 år

401 a) area ≈ 12 cm^2 (12,39) omkrets 19,1 cm
b) area ≈ 21 cm^2 (21,2..) omkrets ≈ 16 cm (16,3..)
c) area ≈ 41 cm^2 (40,8) omkrets 28 cm
402 a) area = 9 cm^2 b) area ≈ 7,6 cm^2 (7,63..)
403 area ≈ 33 cm^2 omkrets ≈ 22 cm (22,3..)
404 a) 130 cm^3 (134,0..) b) 270 cm^3 (268,0..)
c) 400 cm^3 (402,1..)
405 a) 4,3 cm^3 (4,32) b) 5600 dm^3 (5625)
406 a) volym = 24 cm^3 total area = 52 cm^2
b) volym ≈ 53 cm^3 total area ≈ 82 cm^2 (81,6..)
407 a) 50 cm b) 600 cm c) 4 cm d) 150 cm
408 a) 500 dm^2 b) 0,9 dm^2 c) 3,5 dm^2 d) 0,08 dm^2
409 a) 4000 cm^2 b) 0,4 m^2
410 a) 3000 cm^3 b) 7 500 000 cm^3 c) 6,7 cm^3
411 a) 9 liter b) 12 cm^3 c) 3500 liter d) 2000 cm^3
e) 50 ml f) 12 cl
412 16 liter
413 a) större (6 ggr) b) mindre (6 ggr)
414 68 cm
415 Originalrektangeln har måtten
3 × 2 cm.
a) Rektangeln ska ha måtten
9 × 6 cm.
b) Rektangeln ska ha måtten
1,5 × 1 cm.
416 Skalan blir 1:1 250 000
417 x = 10 cm
418 x = 5 m